TEMA 9: FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

9.1 Función de proporcionalidad $y = mx$

Ejemplo

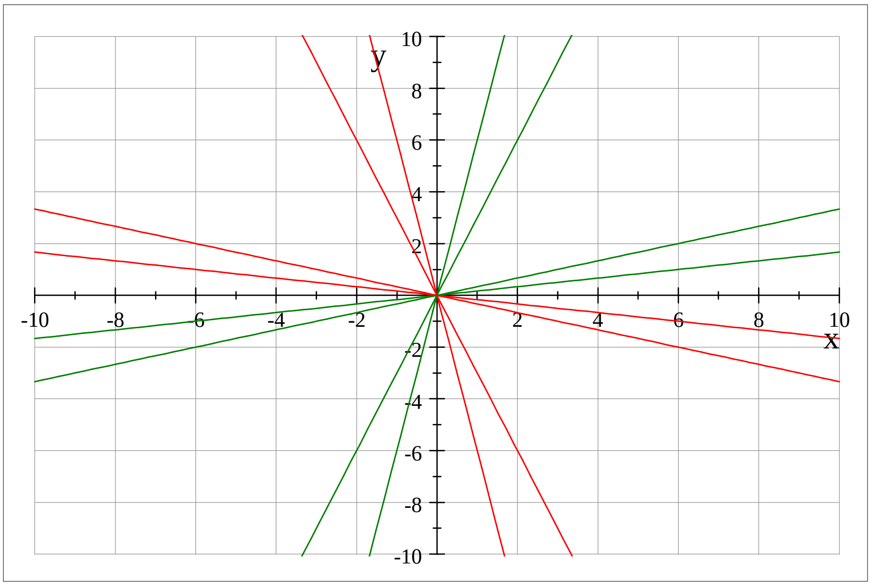
Representa sobre unos mismos ejes la siguientes funciones de proporcionalidad:

1. $y = 3x$
2. $y = 6x$
3. $y = -3x$
4. $y = -6x$
5. $y = \frac{1}{3}x$
6. $y = -\frac{1}{3}x$
7. $y = \frac{1}{6}x$
8. $y = -\frac{1}{6}x$

Daríamos una tabla de valores para cada una de las rectas

x	0	1
y		

Sustituiríamos estos valores de x en cada una de las ecuaciones para hallar los correspondiente valores de y. Luego, pintaríamos cada par puntos que determinarían unívocamente el trazado de cada una de las rectas.



Se observa que por un lado hay un grupo de rectas que quedan pintadas en el 1º y 3º cuadrantes que se corresponden con aquellas para las cuales m es positiva (en estos cuadrantes, las coordenadas de un punto cualquiera tienen el mismo signo). En cambio, las que tienen la m negativa quedan pintadas en el 2º y 4º cuadrantes (en estos cuadrantes, las coordenadas de un punto cualquiera tienen distinto signo.)

Por otro lado, se observa que hay rectas que están cada vez más pegadas al eje vertical (eje de ordenadas) que son aquellas cuya m en valor absoluto es mayor que 1: a mayor valor absoluto, más proximidad al eje. Mientras tanto, las que tienen m con un valor absoluto próximo a cero, se acercan más al eje horizontal (eje de abscisas); esta proximidad es tanto mayor cuanto menor sea el valor de m.

Tareas 03-02-17: todos las actividades de la página 164, 165

9.2 La función $y = mx + n$

Ejemplo

1. Representa las siguientes funciónes afines a partir de una tabla de valores:
   a. $y = 3x + 2$
   b. $y = 3x - 2$

a tabla de valores de $y = 3x + 2$

x	0	-2
y	$3 \cdot 0 + 2 = 2$	$3 \cdot (-2) + 2 = -4$

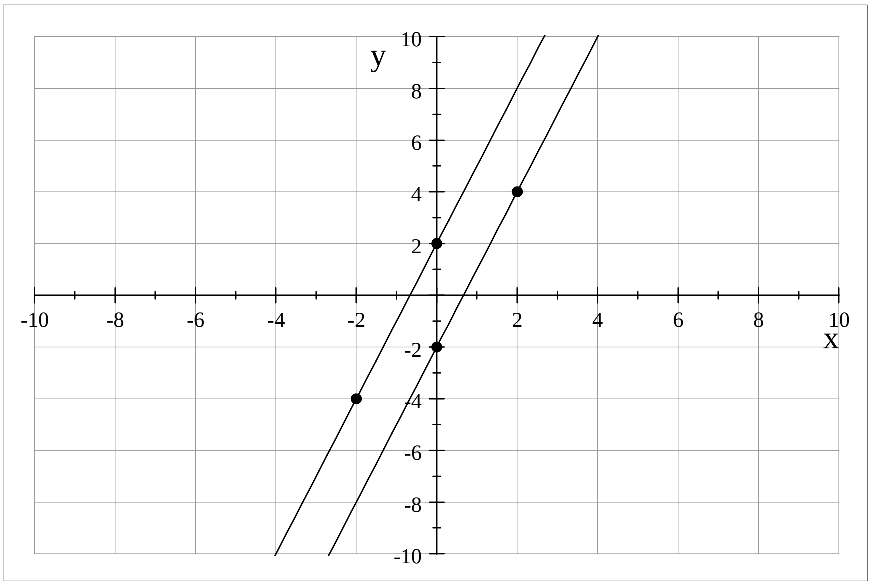
→puntos $(0, 2), (-2, -4)$

b tabla de valores de $y = 3x - 2$

x	0	2
y	$3 \cdot 0 - 2 = -2$	$3 \cdot 2 - 2 = 4$

→puntos $(0, -2), (2, 4)$

La representación gráfica nos queda:

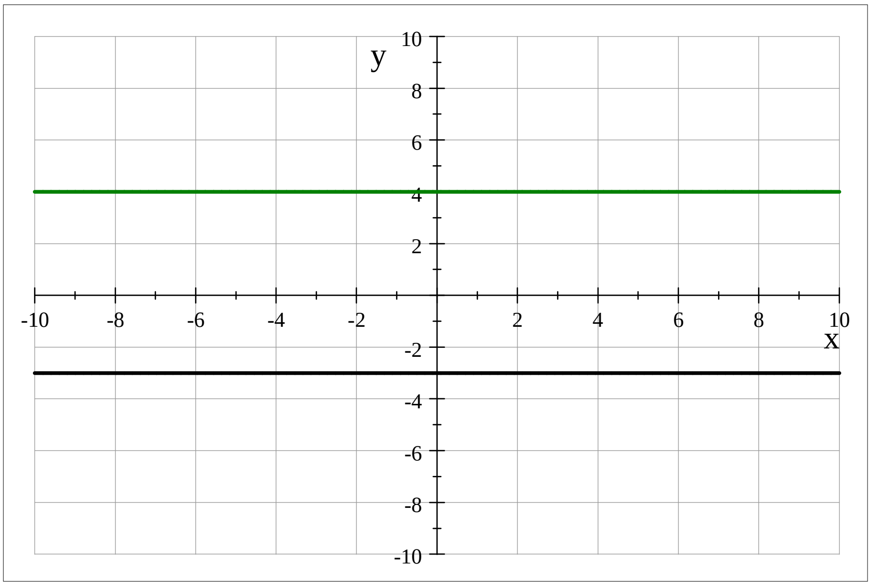


2. Representa sobre unos mismos ejes de coordenadas las siguientes funciones:

a. $y = -3$

b. $y = 4$

La representación gráfica queda:



3. Representa las siguientes funciones afines utilizando los conceptos de pendiente y ordenada en el origen:

a. $y = \frac{3}{5}x + 4$

b. $y = \frac{3}{5}x - 6$

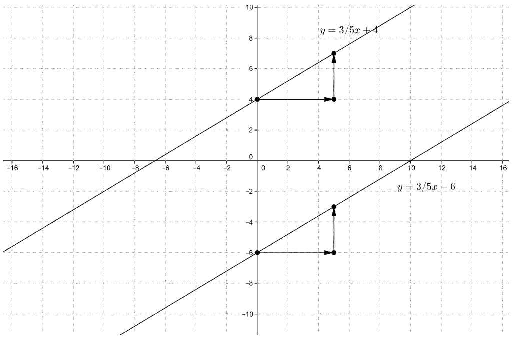
a $y = \frac{3}{5}x + 4 \rightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{5} \\ n = 4 \end{cases}$

- Si $m = \frac{3}{5}$ eso significa que cuando la x se desplaza cinco unidades a la derecha la y sube 3.
- Si $n = 4$ eso significa que la recta pasa por el punto $(0,4)$

b $y = \frac{3}{5}x - 6 \rightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{5} \\ n = -6 \end{cases}$

- Si $m = \frac{3}{5}$ eso significa que cuando la x se desplaza cinco unidades a la derecha la y sube 3.
- Si $n = -6$ eso significa que la recta pasa por el punto $(0,-6)$

La representación gráfica quedaría:



Tareas 03-02-2017: todos los ejercicios de la página 166

9.3 Recta de la que se conocen un punto y la pendiente

Ejemplo

1. Escribe la ecuación de la recta de pendiente m que pasa por P:

a. $\left.\begin{array}{c} m = 3 \\ P = (1,2) \end{array}\right\} \rightarrow y = 2 + 3(x-1)$

b. $\left.\begin{array}{c} m = -\frac{2}{3} \\ P = (-1,3) \end{array}\right\} \rightarrow y = 3 - \frac{2}{3}(x+1)$

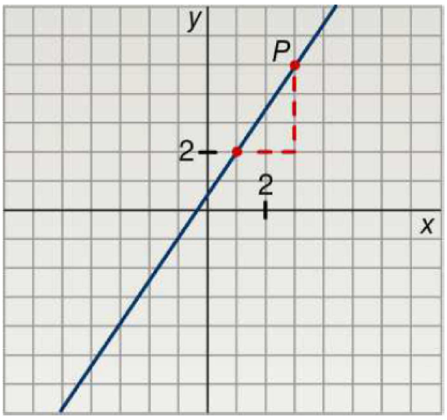
c. $\left.\begin{array}{c} m = -\frac{1}{5} \\ P = (5,0) \end{array}\right\} \rightarrow y = -\frac{1}{5}(x-5)$

d. $\left.\begin{array}{c} m = 1 \\ P = (2,-1) \end{array}\right\} \rightarrow y = -1 + 1(x-2)$

2.

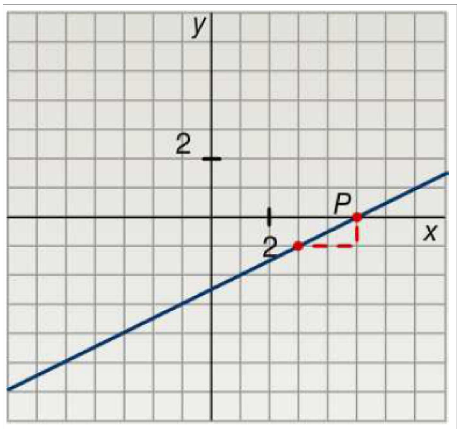
Determina la ecuación de las siguientes rectas.

a)



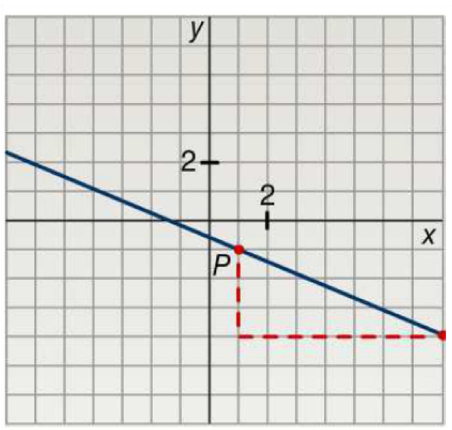
a. $$\left.\begin{array}{l} m = \frac{3}{2} \\ P = (1,2) \end{array}\right\} \rightarrow y = 2 + \frac{3}{2}(x-1)$$

b.



$$\left.\begin{array}{l} m = \frac{1}{2} \\ P = (5,0) \end{array}\right\} \rightarrow y = 0 + \frac{1}{2}(x-5)$$

c.



$$\left.\begin{array}{l} m = -\frac{3}{7} \\ P = (1,-1) \end{array}\right\} \rightarrow y = -1 - \frac{3}{7}(x-1)$$

3. Calcula las ecuaciones de la siguiente recta de que la conocemos su pendiente y un punto de la misma:

a. $\begin{cases} m = -\frac{4}{7} \\ P = (-2,4) \end{cases}$

La ecuación de una recta cualquiera es de la forma $y = mx + n$.

En concreto en nuestro caso será $y = -\frac{4}{7}x + n$

Como sabemos que pasa por el punto P se cumplirá: $4 = -\frac{4}{7} \cdot (-2) + n$

(recuerda que si es un punto de la recta, verificará la ecuación de la recta)

Me ha quedado una ecuación de primer grado con una incógnita, n, que puedo despejar:

$4 = \frac{8}{7} + n$

$28 = 8 + 7n$

$7n = 20$

$n = \frac{20}{7}$

Luego la ecuación de mi recta es $y = -\frac{4}{7}x + \frac{20}{7}$

a' $\begin{cases} m = -\frac{4}{7} \\ P = (-2,4) \end{cases}$

Vamos a utilizar la fórmula de la ecuación punto-pendiente: $y = y_0 + m(x - x_0)$

$y = 4 + \left(-\frac{4}{7}\right)(x - (-2))$

$y = 4 - \frac{4}{7}(x + 2)$

$y = 4 - \frac{4}{7}x - \frac{8}{7}$

$y = -\frac{4}{7}x + \frac{28 - 8}{7}$

$y = -\frac{4}{7}x + \frac{20}{7}$

Tareas 06-02-2017: todas las actividades de la página 167

9.4 Recta que pasa por dos puntos

Ejemplo

1. Calcula las ecuaciones de la siguiente recta de la que conocemos dos puntos de la misma:

a. $\begin{cases} Q = (3,7) \\ P = (-2,4) \end{cases}$

Tenemos que calcular la pendiente de la recta:

$m = \frac{7 - 4}{3 - (-2)} = \frac{3}{5}$

Ahora para aplicar la ecuación punto-pendiente tomo P y m:

$y = 4 + \frac{3}{5}(x - (-2))$

OTRA FORMA

La ecuación de una recta cualquiera es de la forma $y = mx + n$.

Como tengo dos incógnitas que calcular, m y n, sustituiremos los dos puntos de nuestra recta. (recordemos que como estos puntos pertenecen a la recta, verificarán su ecuación)

$Q = (3,7) \rightarrow 7 = 3m + n$

$P = (-2,4) \rightarrow 4 = -2m + n$

Podemos por lo tanto plantear el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales:

$\begin{cases} 7 = 3m + n \\ 4 = -2m + n \end{cases}$

Aplicamos el método de reducción: restando en columna nos queda;

$(7-4) = (3m-(-2m)) + (n-n)$
$3 = 5m$
$m = \frac{3}{5}$
Sustituimos este valor de m, para hallar n.
$7 = 3 \cdot \frac{3}{5} + n$
$n = 7 - \frac{9}{5} = \frac{35-9}{5} = \frac{26}{5}$
La ecuación nos queda $y = \frac{3}{5}x + \frac{26}{5}$

a' $\begin{cases} Q = (3,7) \\ P = (-2,4) \end{cases}$

La ecuación de una recta que pasa por los puntos $P = (p_1, p_2)$ **y** $Q = (q_1, q_2)$ **es**
$y = p_2 + \frac{q_2-p_2}{q_1-p_1}(x-p_1) \Leftrightarrow \frac{y-p_2}{q_2-p_2} = \frac{x-p_1}{q_1-p_1}$
En nuestro caso será:
$y = 4 + \frac{7-4}{3-(-2)}(x-(-2))$
$y = 4 + \frac{3}{3+2}(x+2)$
$y = 4 + \frac{3}{5}(x+2)$
$y = 4 + \frac{3}{5}x + \frac{6}{5}$
$y = \frac{3}{5}x + \frac{20+6}{5}$
La ecuación nos queda $y = \frac{3}{5}x + \frac{26}{5}$

b $\begin{cases} Q = (-5,9) \\ P = (8,-3) \end{cases}$

Tenemos que calcular la pendiente de la recta:
$m = \frac{9-(-3)}{-5-8} = \frac{12}{-13} = -\frac{12}{13}$
Ahora para aplicar la ecuación punto-pendiente tomo Q y m:
$y = 9 - \frac{12}{13}(x-(-5))$

OTRA FORMA DE HACERLO

La ecuación de una recta cualquiera es de la forma $y = mx + n$.
Como tengo dos incógnitas que calcular, m y n, sustituiremos los dos puntos de nuestra recta. (recordemos que como estos puntos pertenecen a la recta, verificarán su ecuación)
$Q = (-5,9) \rightarrow 9 = -5m + n$
$P = (8,-3) \rightarrow -3 = 8m + n$
Podemos por lo tanto plantear el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales:
$\begin{cases} 9 = -5m + n \\ -3 = 8m + n \end{cases}$
Aplicamos el método de reducción: restando en columna nos queda;
$(9-(-3)) = (-5m-8m) + (n-n)$
$12 = -13m$
$m = -\frac{12}{13}$
Sustituimos este valor de m, para hallar n.
$9 = (-5) \cdot (-\frac{12}{13}) + n$
$n = 9 - \frac{60}{13} = \frac{117-60}{13} = \frac{57}{13}$
La ecuación nos queda $y = -\frac{12}{13}x + \frac{57}{13}$

OTRA FORMA DE HACERLO

$$\begin{cases} Q = (-5,9) \\ P = (8,-3) \end{cases}$$

$$\frac{y-9}{-3-9} = \frac{x-(-5)}{8-(-5)}$$

$$13(y-9) = -12(x+5)$$

$$13y - 117 = 12x + 60$$

$$y = \frac{-12x - 60 + 117}{13}$$

$$y = \frac{-12}{13}x + \frac{57}{13}$$

Tareas 8-02-2017: todas las actividades de la página 168

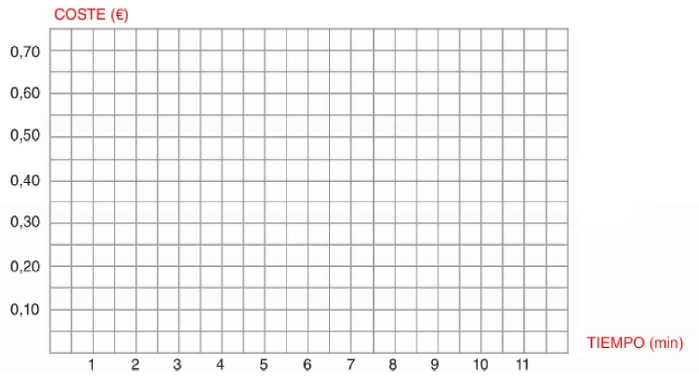
9.5 Aplicaciones de la función lineal. Problemas de movimientos

Tareas 08-02-17: todos los ejercicios de la página 169

Ejemplo

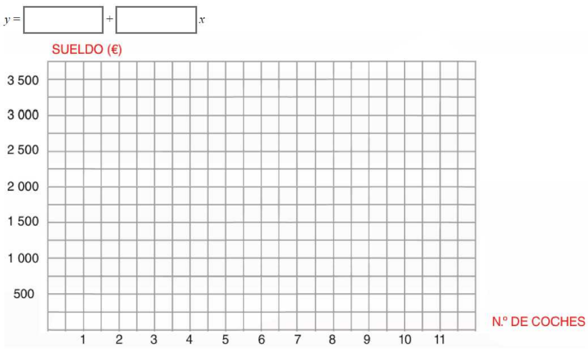
1.

1. El coste de las llamadas provinciales en cierta compañía teléfonica es de 0,30 € de establecimiento de llamada más 0,05 €/min. Dibuja la gráfica de la función que expresa el coste de las llamadas en euros al cabo de *x* minutos.
Comprueba tu solución con la que te ofrecemos aquí.



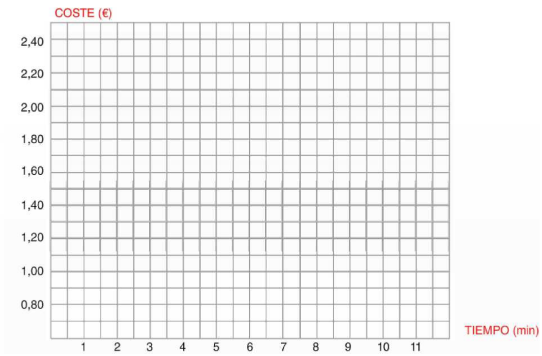
2.

2. El sueldo de Sara, vendedora de coches, es de 1 000 € fijos todos los meses más una comisión de 250 € por cada coche que venda. Halla la función que expresa el sueldo de Sara en un mes que haya vendido *x* coches y dibuja su gráfica.
Comprueba tu solución con la que te ofrecemos aquí.



3.

3. El coste de las llamadas a móviles en cierta compañia teléfonica es de 0,80 € de establecimiento de llamada más 0,50 €/min. Dibuja la gráfica de la función que expresa el coste de las llamadas en euros al cabo de x minutos.
Comprueba tu solución con la que te ofrecemos aquí.

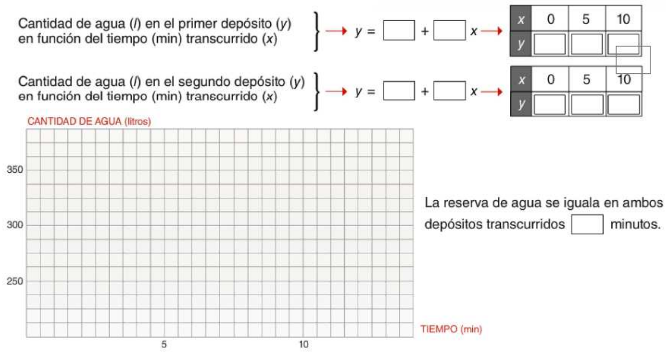


9.6 Estudio conjunto de dos funciones lineales

Tareas 10-02-17: todos los ejercicios de la página 170

Ejemplo

1. Un depósito contiene 240 l de agua y recibe el caudal de un grifo que aporta 9 l/min. Un segundo depósito contiene 300 l de agua y recibe el caudal de un grifo que aporta 4 l/min. ¿Cuánto tiempo pasará hasta que ambos depósitos tengan la misma capacidad de agua?



La solución es:

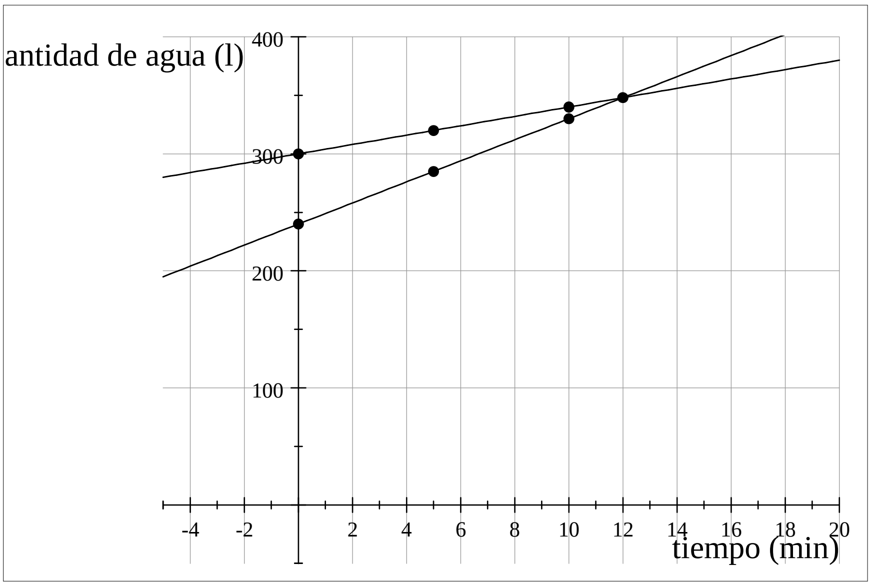
- $y = 240 + 9x \rightarrow$

x	0	5	10
y	240	285	330

- $y = 300 + 4x \rightarrow$

x	0	5	10
y	300	320	340

La gráfica es:



Analíticamente, habrá que resolver el siguientes sistemas de dos ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{aligned} y &= 240 + 9x \\ y &= 300 + 4x \end{aligned}\right\}$$

Aplicamos el método de igualación.

$240 + 9x = 300 + 4x$

$5x = 60$

$x = \dfrac{60}{5} = 12$

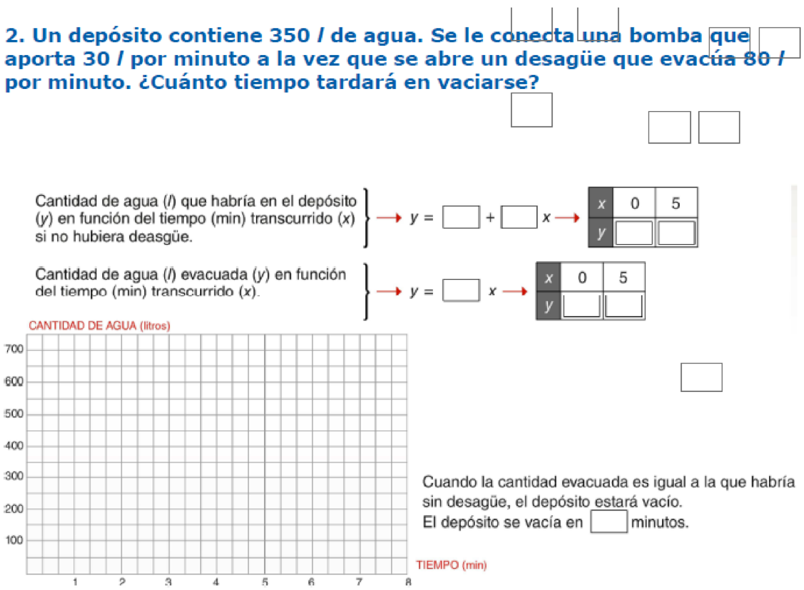
Sustituimos este valor de x para hallar el correspondiente valor de y:

$y = 240 + 9 \cdot 12 = 348$

La solución del sistema es $(12, 348)$

Se tarda 12 min en que los dos depósitos tenga 348 l.

2.



La solución es:

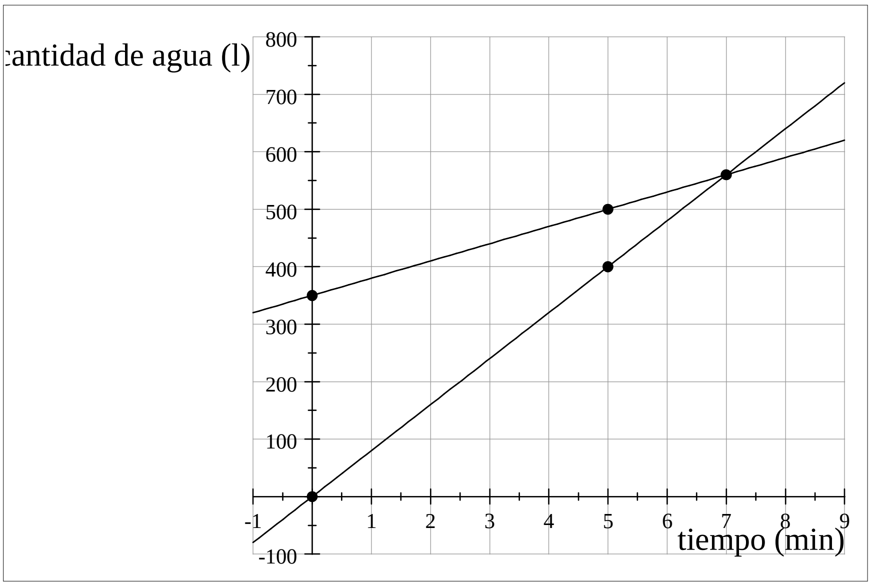
- $y = 350 + 30x \rightarrow$

x	0	5
y	350	$350 + 30 \cdot 5 = 500$

- $y = 80x \rightarrow$

x	0	5
y	0	$80 \cdot 5 = 400$

La gráfica es:



Analíticamente, habrá que resolver el siguientes sistemas de dos ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} y = 350 + 30x \\ y = 80x \end{array}\right\}$$

Aplicamos el método de igualación.

$350 + 30x = 80x$

$50x = 350$

$x = \dfrac{350}{50} = 7$

Sustituimos este valor de x para hallar el correspondiente valor de y:

$y = 80 \cdot 7 = 560$

La solución del sistema es $(7, 560)$

Se tarda 12 min en que los dos depósitos tenga 348 l.

9.7 Parábolas y funciones cuadráticas.

Ejemplo

Vamos a representar sobre un mismos ejes las siguientes parábolas:

1. $y = -x^2$

Observando la gráfica vemos que tiene las propiedades siguientes:

- **a.** su vértice está en el punto $(0, 0)$
- **b.** sus ramas están hacia abajo, creciente a la derecha del vértice, decreciente a la izquierda del vértice. El vértice es un máximo
- **c.** su eje de simetría es el eje OY (eje de ordenadas)

Este efecto de cambiar $y = x^2$ se consigue multiplicando por -1 dicha expresión.

2. $y = x^2 - 3$

Observando la gráfica vemos que tiene las propiedades siguientes:

- **a.** su vértice está en el punto $(0, -3)$
- **b.** sus ramas están hacia arriba; decreciente a la izquierda del vértice, creciente a la derecha del vértice. El vértice es un mínimo.
- **c.** su eje de simetría es el eje OY (eje de ordenadas)

Este efecto de cambiar $y = x^2$ se consigue restándole 3 a dicha expresión.

3. $y = -x^2 + 4$

Observando la gráfica vemos que tiene las propiedades siguientes:

- **a.** su vértice está en el punto $(0, 4)$
- **b.** sus ramas están hacia abajo; creciente a la derecha del vértice, decreciente a la izquierda del vértice. El vértice es un máximo
- **c.** su eje de simetría es el eje OY (eje de ordenadas)

Este efecto de cambiar $y = x^2$ se consigue multiplicando por -1 el x^2 y luego sumando 4 a dicha expresión.

4. $y = \frac{1}{2}x^2$

Observando la gráfica vemos que tiene las propiedades siguientes:

- **a.** su vértice está en el punto $(0,0)$
- **b.** sus ramas están hacia arriba; creciente a la derecha del vértice, decreciente a la izquierda del vértice. El vértice es un mínimo
- **c.** su eje de simetría es el eje OY (eje de ordenadas)
- **d.** la parábola es "más gordita", ancha

Este efecto de cambiar $y = x^2$ se consigue multiplicando por $\frac{1}{2}$ el x^2

5. $y = -2x^2$

Observando la gráfica vemos que tiene las propiedades siguientes:

- **a.** su vértice está en el punto $(0,0)$
- **b.** sus ramas están hacia abajo; decreciente a la derecha del vértice, creciente a la izquierda del vértice. El vértice es un máximo
- **c.** su eje de simetría es el eje OY (eje de ordenadas)
- **d.** la parábola es "más estrechita", delgada.

Este efecto de cambiar $y = x^2$ se consigue multiplicando por -2 el x^2.

6 $y = (x+3)^2$

Observando la gráfica vemos que tiene las propiedades siguientes:

- **a.** su vértice está en el punto $(-3,0)$
- **b.** sus ramas están hacia arriba; creciente a la derecha del vértice, decreciente a la izquierda del vértice. El vértice es un mínimo.
- **c.** su eje de simetría es la recta vertical $x = -3$.

Este efecto de cambiar $y = x^2$ se consigue sumando 3 a x, y después haciendo el cuadrado de esa suma.

7 $y = (x-4)^2$

Observando la gráfica vemos que tiene las propiedades siguientes:

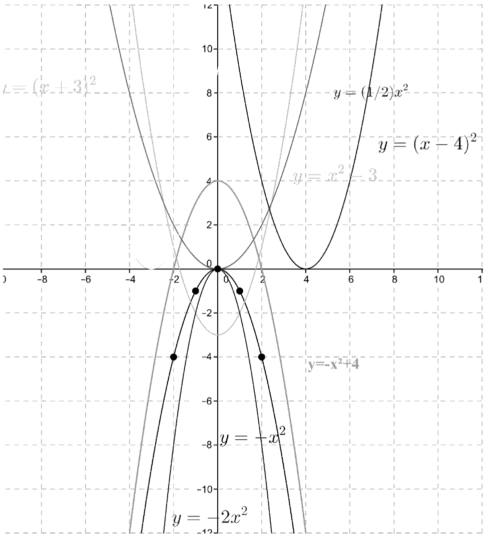
- **a.** su vértice está en el punto $(4,0)$
- **b.** sus ramas están hacia arriba; creciente a la derecha del vértice, decreciente a la izquierda del vértice. El vértice es un mínimo.
- **c.** su eje de simetría es la recta vertical $x = 4$.

Este efecto de cambiar $y = x^2$ se consigue restando 4 a x, y después haciendo el cuadrado de esa diferencia.

Para ello consideramos la siguiente tabla de valores:

x	$y = -x^2$	$y = x^2 - 3$	$y = -x^2 + 4$	$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = -2x^2$	$y = (x+3)^2$	$y = (x-4)^2$
-4	-16						
-2	-4						
-1	-1						
0	0						
1	-1						
2	-4						
4	-16						

Las representaciones gráficas son:



CONCLUSIÓN

Dada la parábola de ecuación $y = x^2$, la podemos someter a las siguientes modificaciones:

- $y = ax^2$ siendo a un número distinto de cero. Con esto conseguimos:
  - si $|a| > 1$ y $a > 0$, las ramas de la parábola son estrechas y hacia arriba.
  - si $|a| > 1$ y $a < 0$, las ramas de la parábola son estrechas y hacia abajo.
  - si $|a| < 1$ y $a > 0$, las ramas de la parábola están "bastante" separadas y hacia arriba.
  - si $|a| < 1$ y $a < 0$, las ramas de la parábola están "bastante" separadas y hacia abajo.
- $y = x^2 \pm c$ con $c > 0$
  - $y = x^2 + c$, entonces el vértice sube desde el origen de coordenadas, $(0,0)$, hasta el punto $(0,c)$
  - $y = x^2 - c$, entonces el vértice baja desde el origen de coordenadas, $(0,0)$, hasta el punto $(0,-c)$
- $y = (x \pm d)^2$ con $d > 0$
  - $y = (x+d)^2$, entonces el vértice se desplaza a la izquierda desde el origen de coordenadas, $(0,0)$, hasta el punto $(-d,0)$
  - $y = (x-d)^2$, entonces el vértice se desplaza a la derecha desde el origen de coordenadas, $(0,0)$, hasta el punto $(d,0)$

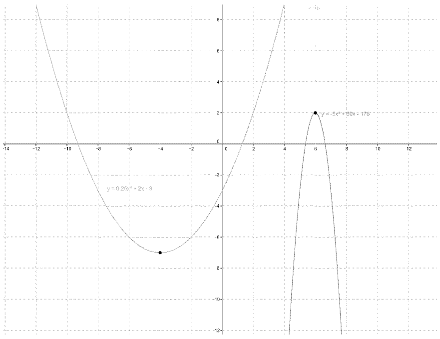
Ejemplo

Dibuja esquemáticamente sobre unos ejes las parábolas dadas por las siguientes ecuaciones:

1. $y = \frac{1}{4}(x+4)^2 - 7$

   Para ellos vamos a determinar los siguientes elementos:
   - vértice→ $(-4,-7)$
   - las ramas están hacia arriba y están abiertas pues el coeficiente de x^2 es $0 < \frac{1}{4} < 1$
   - el eje de simetría es la recta vertical de ecuación $x = -4$
2. $y = -5(x-6)^2 + 2$
   - Para ellos vamos a determinar los siguientes elementos:
   - vértice→ $(6,2)$
   - las ramas están hacia abajo y están cerradas pues el coeficiente de x^2 es $-5 > -1 > 0$
   - el eje de simetría es la recta vertical de ecuación $x = 6$

La representación gráfica de las dos parábolas sería:



Ejemplo

Representa gráficamente las siguientes parábolas:

1. $y = 0.5x^2 + 2x - 3$

Para ello vamos a calcular los siguientes elementos de la parábola

a. Vértice

La abscisa del vértice es $p = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{2}{2 \cdot 0.5} = -2.0$

La ordenada correspondiente es $y = 0.5 \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 3 = -5.0$

Las coordenadas del vértice son $(-2, -5)$

b Eje de simetría de la parábola

Es la recta vertical de ecuación $x = -2$

c Obtención de algunos puntos próximos al vértice

Consideramos la siguiente tabla de valores:

x	-6	-4	-2	0	2
y	$0.5 \cdot (-6)^2 + 2 \cdot (-6) - 3 = 3.0$	$0.5 \cdot (-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 3 = -3.0$	-5	-3	3

Las ordenadas de los valores de $x = 0$ y $x = 2$ serán las reflejadas de los valores $x = -4$ y $x = -6$ con respecto al eje de simetría de la parábola.

d Puntos de corte con los ejes

i. Puntos de corte con el eje OX: son de la forma $(x, 0)$

Por lo tanto, hemos de resolver la ecuación de 2º grado $0 = 0.5x^2 + 2x - 3$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 0.5 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases}$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 0.5 \cdot (-3)}}{2 \cdot 0.5} = \frac{-2 \pm 3.2}{1} =$$

$$= \begin{cases} -2 + 3.2 = 1.2 \\ -2 - 3.2 = -5.2 \end{cases}$$

$$\sqrt{2^2 - 4 \cdot 0.5 \cdot (-3)} = 3.1623 \approx 3.2$$

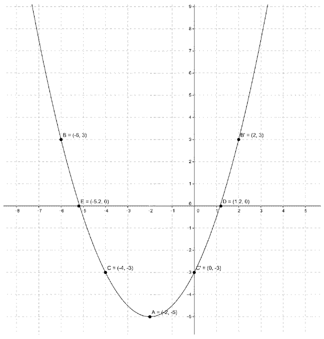
Los puntos de corte con el eje OX son $(1.2, 0), (-5.2, 0)$

ii. Puntos de corte con el eje OY; son de la forma $(0, y)$

Si $x = 0 \rightarrow y = 0.5 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = -3$

El punto de corte con el eje OY es $(0, -3)$

e Representación gráfica.



f Siempre comprobaré que mi gráfica responde bien al valor que tiene el coeficiente de x^2. En este caso, como es positivo, las ramas de la parábola han de ir hacia arriba.

Tareas 24-02-17: todos los ejercicios de la página 172

Ejercicios y problemas

1.

Representa las rectas siguientes:

a) $y = 4x$ **b)** $y = -2{,}4x$ **c)** $y = -\frac{x}{2}$

d) $y = -2x + 1$ **e)** $y = -\frac{x}{2} + 3$ **f)** $y = -\frac{8}{5}$

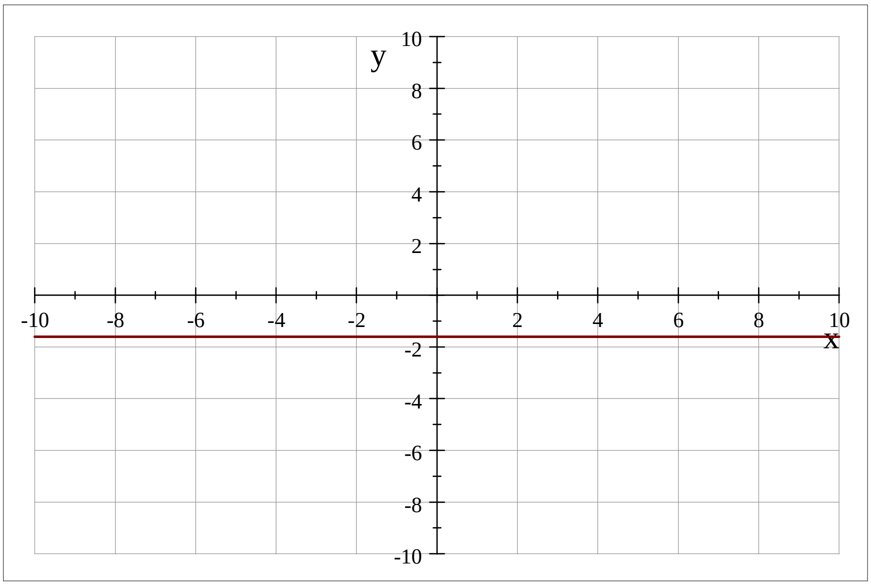
g) $y = \frac{3x-5}{2}$ **h)** $y = 2{,}5x - 1$ **i)** $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

f $y = -\frac{8}{5}$

Se trata de una recta horizontal.

Por la ecuación, nos están determinando un valor concreto para la segunda coordenada, $-\frac{8}{5}$; mientras que para la x no hay ninguna restricción, es decir, puede tomar cualquier valor.

Su representación gráfica sería:



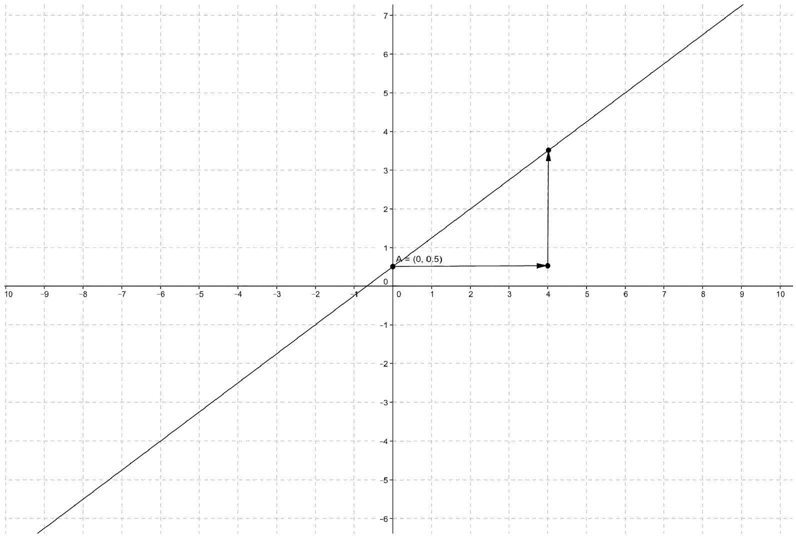
i $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

Se trata de una función afín, por lo que tiene pendiente y ordenada en el origen→ $\begin{cases} m = \frac{3}{4} \\ n = \frac{1}{2} \end{cases}$

Para representar esta recta vamos a acudir a la interpretación de estos dos elementos:

- $m = \frac{3}{4}$ →cuando la x se desplaza cuatro unidades a la derecha, la y sube tres unidades
- $n = \frac{1}{2}$ →la recta pasa por el punto $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

Vamos a utilizar estos dos datos para pintar la recta:



Tareas 27-02-17: todos los ejercicios que faltan del 1
Tareas 27-02-17: 2, 3

4

Escribe la ecuación de la recta de la que conocemos un punto y la pendiente, en cada caso:

a) $P(-2, 5)$, $m = 3$ b) $P(0, -5)$, $m = -2$

c) $P(0, 0)$, $m = \frac{3}{2}$ d) $P(-2, -4)$, $m = -\frac{3}{2}$

d $P = (-2,-4), m = \frac{-2}{3}$

$$y = -4 + \left(-\frac{2}{3}\right)(x - (-2))$$
$$y = -4 - \frac{2}{3}(x + 2)$$
$$y = -4 - \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$$
$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{12 + 4}{3}$$
$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{16}{3}$$

Tareas 27-02-17: todos los ejercicios que faltan del 4

5

Obtén la ecuación de la recta que pasa por A y B.

a) $A(2, -1)$, $B(3, 4)$ b) $A(-5, 2)$, $B(-3, 1)$

c) $A\left(\frac{3}{2}, 2\right)$, $B\left(1, \frac{2}{3}\right)$ d) $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$, $B\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

d $y - 1 = \frac{\frac{3}{4} - 1}{-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}(x - \frac{1}{3})$

$$y - 1 = \frac{\frac{3 - 4}{4}}{-\frac{3}{6} - \frac{2}{6}}(x - \frac{1}{3})$$

$$y - 1 = \frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{5}{6}}(x - \frac{1}{3})$$
$$y - 1 = \left(-\frac{1}{4}\right) \div \left(-\frac{5}{6}\right)(x - \frac{1}{3})$$
$$y - 1 = \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)(x - \frac{1}{3})$$
$$y - 1 = \frac{6}{20}(x - \frac{1}{3})$$
$$y - 1 = \frac{3}{10}(x - \frac{1}{3})$$
$$y - 1 = \frac{3}{10}x - \frac{3}{30}$$
$$y = \frac{3}{10}x - \frac{1}{10} + 1$$
$$y = \frac{3}{10}x + \frac{10 - 1}{10}$$
$$y = \frac{3}{10}x + \frac{9}{10}$$

Tareas 27-02-17: todos los ejercicios que faltan del 5

Tareas 27-02-17: 6

7

La altura del agua de un depósito varía con el tiempo según la función $a = (5/4)t$ (a en metros, t en segundos).

a) Represéntala. Si la altura del depósito es 5 m, ¿cuál es el dominio de definición de la función?

b) ¿Es una función de proporcionalidad?

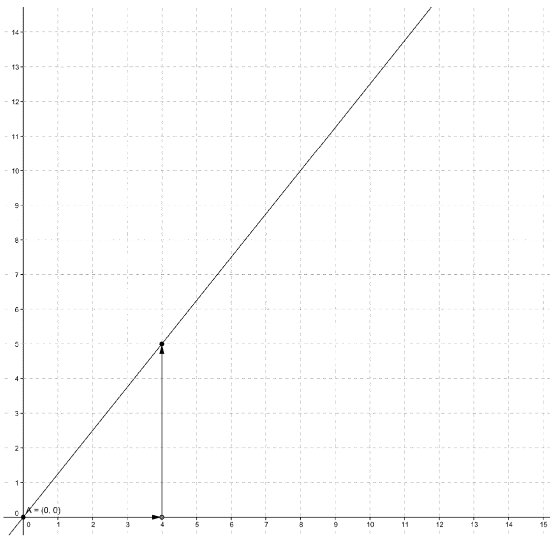
c) Di cuál es la pendiente y explica su significado.

a. $a = \frac{5}{4}t$

Es una función de proporcionalidad. Por lo tanto, siempre pasa por el punto $(0, 0)$. Para representarla habrá que utilizar el otro dato que nos dan, su pendiente.

$m = \frac{5}{4}$ →significa que cada cuatro unidades de desplazamiento a la derecha, subimos cinco unidades.

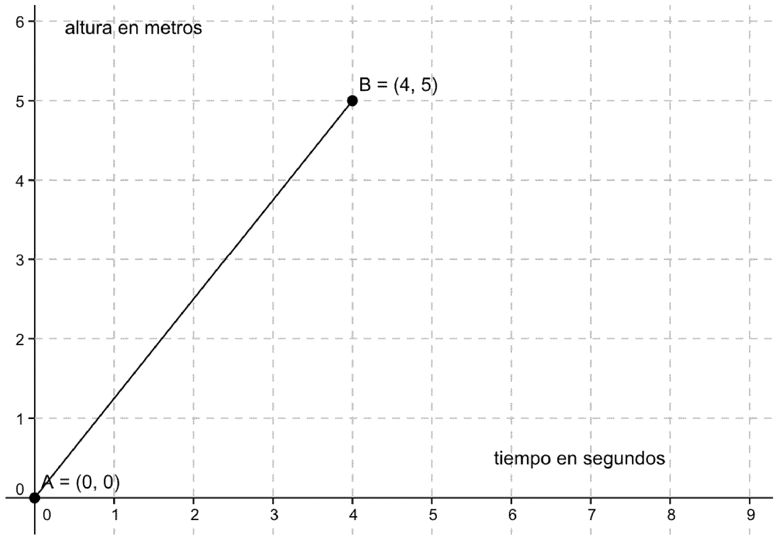
La representación gráfica quedaría:



Sin embargo, esto no es así, pues el tiempo sólo se puede medir en positivo y la altura tiene de limitación 5. Por lo tanto la verdadera representación gráfica sería:

Teniendo en cuenta esto, la máxima altura se alcanza cuando el tiempo es 4s.

La representación gráfica será:



El dominio de definición de la función es el intervalo $[0,4]$.

b. Si es una función de proporcionalidad pues es de la forma $y = mx$ donde m es un número no nulo.

c. La pendiente es $m = \frac{5}{4}$ y nos dice que cada 4s el depósito llega hasta los 5m.

Tareas 01-03-17: 8,9,10

11

Sabiendo que 100 libras equivalen a 45 kg:

a) Escribe la ecuación que determina el número de kilos, y, que equivalen a x libras.

b) Dibuja la gráfica de la función.

a. $y = \frac{45}{100}x$ donde "y" es el nº de kilos y "x" es el nº de libras.

$100libras = 45kilos100$

$100x = 45y$

$y = \frac{100}{45}x$

Pongamos que queremos saber cuántas libras son 35 kilos

Tenemos la siguiente tabla de magnitudes directamente proporcionales:

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{kilos} & \rightarrow & \text{libras} \\ 45 & \rightarrow & 100 \\ 35 & \rightarrow & \text{s} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{45}{35} = \frac{100}{s} \rightarrow s = \frac{100}{45} \cdot 35$$

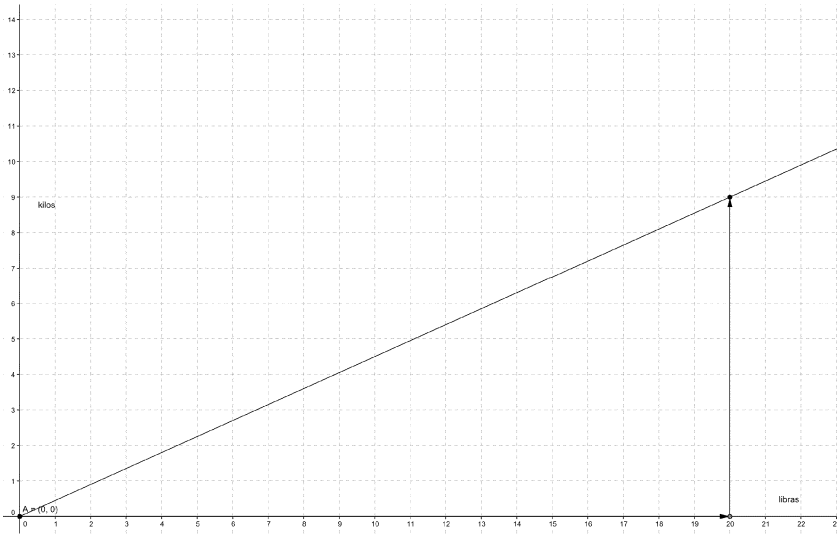
Esta sería la forma de pasar de kilos a libras.

En nuestro caso como la variable independiente es la x, que va en libras, las queremos convertir en kilos, y:

Entonces la ecuación de la recta ha de ser $y = \frac{45}{100}x$

b. Es una función de proporcionalidad directa, por lo que siempre pasa por el punto $(0,0)$. La pendiente es $m = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ lo que nos dice que por cada 20 libras de desplazamiento a la derecha subimos 9 kilos.

La representación gráfica quedaría:



Tareas 01-03-17: 12,13,14

15

En cada uno de los siguientes enunciados, halla la ecuación y representa la función lineal en unos ejes coordenados:

a) Antonio compra naranjas a 3 €/kg. ¿Cuánto le costarán p kg de naranjas?

b) Sonia sale de viaje a las 8:00 h a 120 km/h. ¿Qué distancia habrá recorrido a las t horas?

c) A Juan le cobran 5 € por alquilar unos patines, más 1 € por cada hora que esté patinando. ¿Cuánto le cobrarán por t horas de patinaje?

d) Tengo 25 € y el taxi me ha cobrado 2,50 € por la bajada de bandera más 1,20 € por kilómetro recorrido. ¿Cuánto dinero me quedará si el taxi me lleva a d km de distancia?

e) A las 12:00 he sacado un refresco a 10 °C de la nevera. Si cada minuto se calienta 1,5 °C, ¿a qué temperatura estará a las t horas?

f) Hace 10 min he abierto el grifo que llena la bañera. Si el nivel sube a razón de 2 cm de altura por minuto y la bañera tiene 40 cm de profundidad, ¿cuántos centímetros faltarán para que rebose el agua dentro de t minutos?

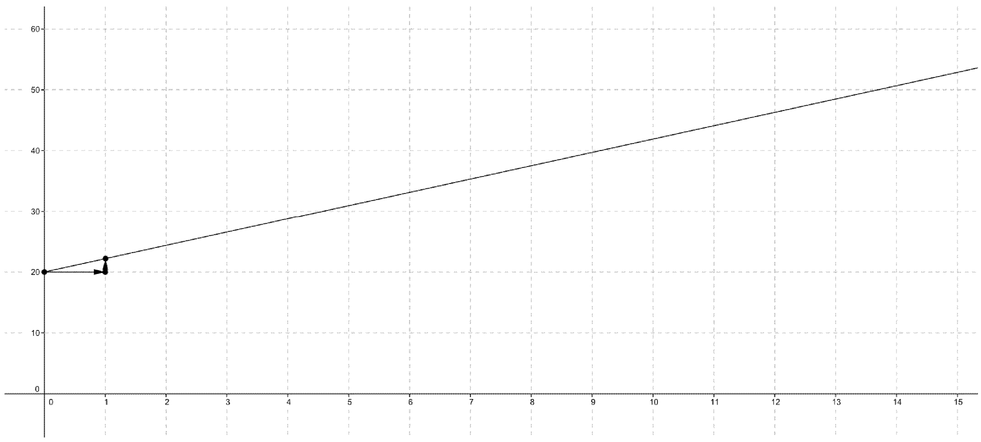
f $y = 2x + 10 \cdot 2 = 2(x + 10)$

De esta forma considero los 10 min que ya se ha estado llenando la bañera y empiezo a contabilizar en función del tiempo indeterminado que pasa.

Tenemos que pasar a representar dicha función. Para ello acudimos a los siguientes conceptos:

- $m = 2$ →cada vez que pasa un minuto (desplazamiento a la derecha) el agua sube 2 cm (desplazamiento hacia arriba).
- $n = 20$ → la recta pasa por el punto $(0, 20)$. Recordamos que n es la ordenada en el origen.

Con estos datos, ya podemos pintar la recta:



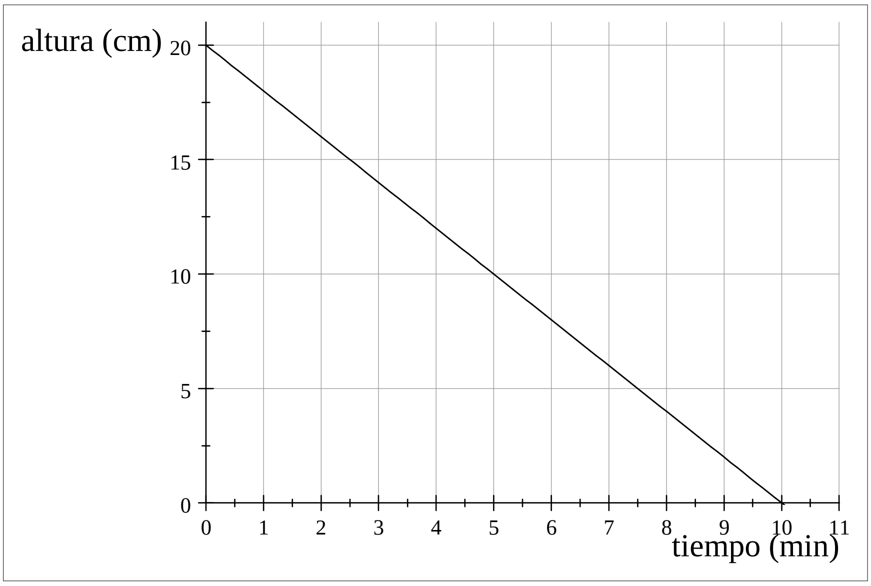
Atención, a partir de la altura 40 cm, si no cerramos el grifo, la bañera se desbordaría de agua.

Teniendo en cuenta el planteamiento del problema la función debería ser:

$y = 40 - 2(x + 10) = 40 - 2x - 20 = 20 - 2x$

De esta forma tenemos en cuenta la profundidad de la bañera y lo que le falta para que se llene, pues a su capacidad le estamos restando lo que se ha llenado.

La gráfica nos queda:



Ahora ya tenemos una representación gráfica donde el tiempo influye directamente en la altura: cuanto más tiempo pasa menos bañera queda por llenar.

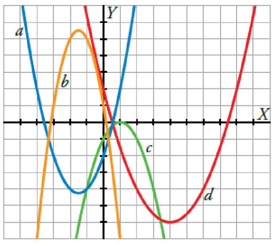
Tareas 01-03-17: todos los ejercicios que faltan del 15

Tareas 01-03-17: 16

17

Asocia cada ecuación con su correspondiente parábola:

I) $y = x^2 + 3x - 2$ II) $y = -x^2 + 2x - 1$ III) $y = -2x^2 - 6x + 1$ IV) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 2$



a. $y = x^2 + 3x - 2$

Vamos a calcular algunos datos de esta parábola, es decir, puntos,dirección o apertura de la U, vértice o eje de simetría para ver cuál puede ser:

- si $x = 0 \rightarrow y = 0^2 + 3 \cdot 0 - 2 = -2 \rightarrow P = (0, -2)$ es un punto de esta parábola

Dicho punto está en la parábola a, solamente. Entonces se corresponde con dicha parábola.

Tareas 01-03-17: todos los ejercicios que faltan del 17

18

Representa las siguientes funciones haciendo, en cada caso, una tabla de valores como esta, y di cuál es el vértice de cada parábola:

X	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
Y	…	…	…	…	…	…	…	…	…

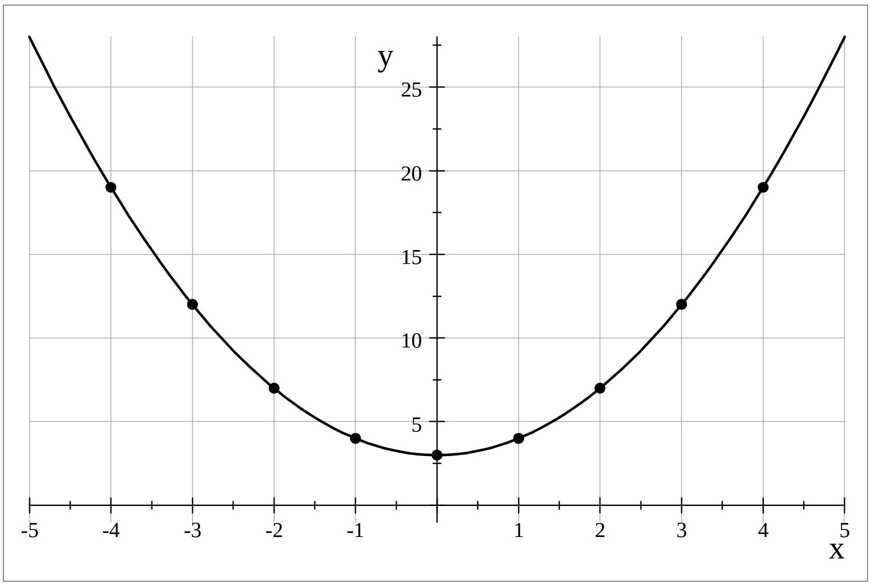
a) $y = x^2 + 3$ b) $y = x^2 - 4$ c) $y = 2x^2$ d) $y = 0{,}5x^2$

a. $y = x^2 + 3$

x	y
-4	$(-4)^2 + 3 = 19$
-3	$(-3)^2 + 3 = 12$
-2	$(-2)^2 + 3 = 7$
-1	$(-1)^2 + 3 = 4$
0	$0^2 + 3 = 3$
1	$1^2 + 3 = 4$
2	$2^2 + 3 = 7$
3	$3^2 + 3 = 12$
4	$4^2 + 3 = 19$

Teniendo en cuenta su expresión se trata de la parábola $y = x^2$ desplazada hacia arriba tres unidades, por lo que el vértice está en el punto $(0, 3)$.

$x^2 + 3$



Tareas 02-03-17: todos los ejercicios que faltan del 18

19

Di cuál es el punto (abscisa y ordenada) donde se encuentra el vértice de las siguientes parábolas, señalando, en cada caso, si se trata de un máximo o un mínimo:

a) $y = x^2 - 5$ b) $y = 3 - x^2$ c) $y = -2x^2 - 4x + 3$

d) $y = 5x^2 + 20x + 20$ e) $y = -\frac{5}{2}x^2 + 5x - \frac{3}{2}$

e $y = -\frac{5}{2}x^2 + 5x - \frac{3}{2}$

El coeficiente de la $x^2 \rightarrow a = -\frac{5}{2} < 0$ →Entonces tenemos una ∩, de ahí que el vértice sea un máximo.

Vamos a calcular su abscisa $p = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{\cancel{2} \cdot \left(-\frac{5}{\cancel{2}}\right)} = \frac{5}{5} = 1$

La ordenada correspondiente es $y = -\frac{5}{2} \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - \frac{3}{2} = 1$

Las coordenadas del vértice son $(1, 1)$

Tareas 02-03-17: todos los ejercicios que faltan del 19

20

Representa las siguientes parábolas, hallando el vértice, algunos puntos próximos a él y los puntos de corte con los ejes:

a) $y = (x+4)^2$ b) $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x$ c) $y = -3x^2 + 6x - 3$ d) $y = -x^2 + 5$

d $y = -x^2 + 5$

Tenemos que calcular:

d.1 Vértice

La abscisa es $p = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$

La ordenada correspondiente es $y = -0^2 + 5 = 5$

Entonces las coordenadas del vértice son $(0,5)$

En particular, el eje de simetría es la recta vertical de ecuación $x = 0$

d.2 Puntos próximos al vértice

Consideramos la siguiente tabla de valores:

x	y
2	$-2^2 + 5 = 1$
4	$-4^2 + 5 = -11$
6	$-6^2 + 5 = -31$

Esto tiene sentido pues como el coeficiente de x^2 es $a = -1$ la parábola tiene esta forma $\cap$.

d.3 Puntos de cortes con los ejes.

i. Puntos de corte con el eje OX: $(x,0)$

Por lo tanto, hemos de resolver $0 = -x^2 + 5$

$x^2 = 5$

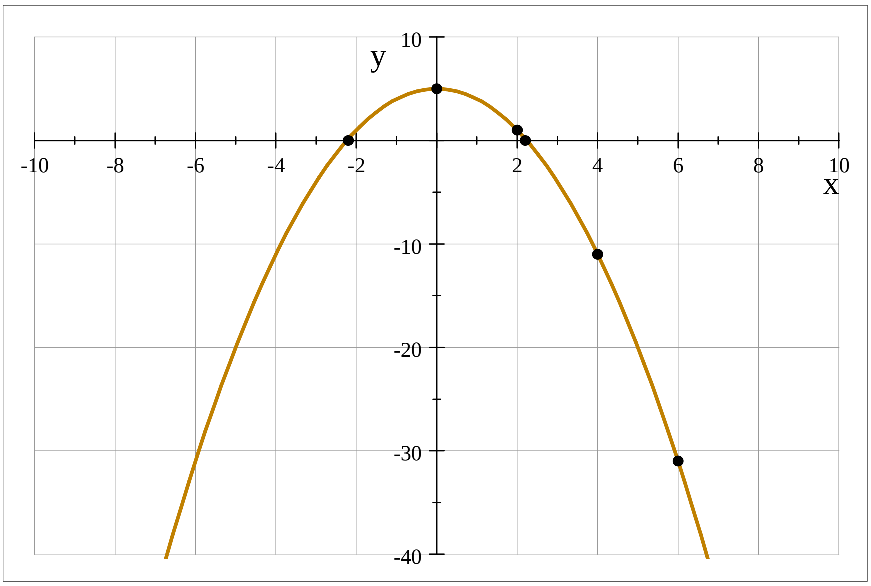
$x = \pm\sqrt{5} = \pm 2.2361 \approx \pm 2.2$

Tenemos los puntos $(2.2,0), (-2.2,0)$

ii. Puntos de corte con el eje OY: $(0,y)$

Ya lo tenemos, es el vértice.

d.4 La representación queda:



Tareas 02-03-17: todos los ejercicios que faltan del 20

21

a) Calcula c para que la recta $3x - 5y = c$ pase por el punto $(-2, 4)$.

b) Calcula b para que la recta $2x + by = -11$ pase por el punto $(2, -5)$.

c) Halla k para que la parábola $y = kx^2 - 2x + 3$ pase por el punto $(-1, 0)$.

d) Halla el valor de a para que la parábola de ecuación $y = ax^2 + 2x + 3$ tenga su vértice en el punto de abscisa $x = 2$.

e) Calcula el valor del parámetro m para que la recta $y = mx + 2$ y la parábola $y = x^2 - 3x + 2$ tengan un solo punto de corte.

c Si pasa por el punto $(-1, 0)$ será $0 = k \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3$

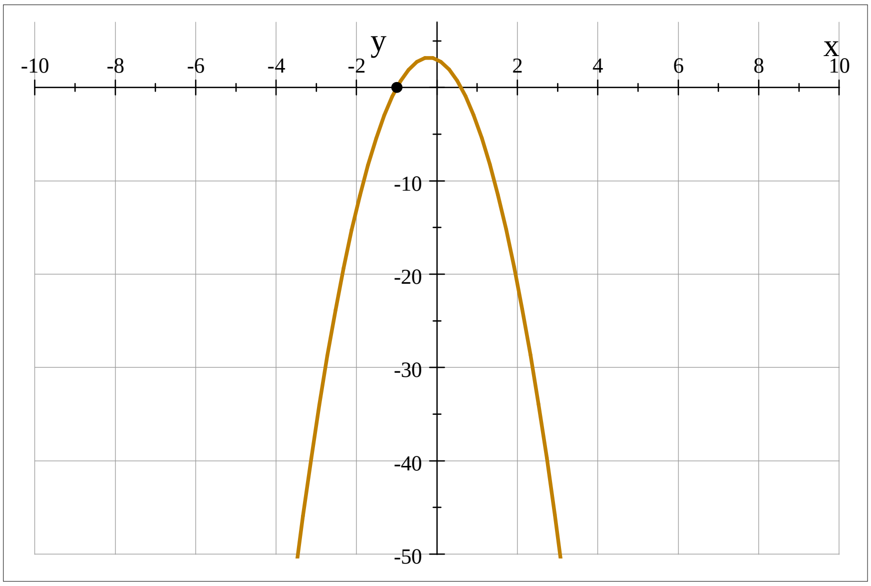
Nos ha quedado una ecuación de primer grado con una incógnita.

$0 = k + 2 + 3$

$-k = 5$

$k = -5$

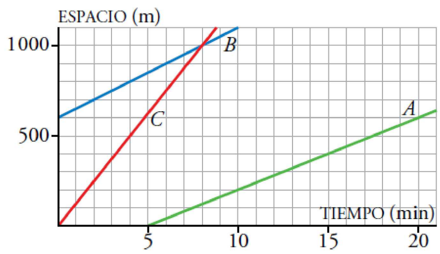
La parábola sería $y = -5x^2 - 2x + 3$



Tareas 02-03-17: todos los ejercicios que faltan del 21

22

22. Esta es la gráfica del espacio que recorren tres montañeros que van a velocidad constante:



a) ¿Qué velocidad, en m/min, lleva cada uno?

b) Escribe la expresión analítica de estas funciones.

a. La velocidad es espacio partido por tiempo, por lo que para cada montañero tendremos que hallar el espacio que recorre en un determinado intervalo de tiempo. Pero esto a fin de cuentas es la pendiente de la recta, recordemos que la pendiente relaciona la variación de x e y.

- **i.** B = montañero azul→ $m = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$ →50m/min
- **ii.** A = montañero verde→ $m = \frac{2}{5} = 0.4$ →40m/min
- **iii.** C = montañero rojo→ $m = \frac{5}{4} = 1.25$ →125m/min

b. Como se trata de rectas su expresión analítica será $y = mx + n$

- **i.** B = montañero azul→ $y = \frac{1}{2}x + 600$ pues pasa por el punto $(0, 600)$:

recordemos que n es la ordenada en el origen.

ii. A $=$ montañero verde$\rightarrow$ $y = \frac{2}{5}x + n$. Habremos de despejar n, sabiendo que pasa por el punto $(5, 0)$

$0 = \frac{2}{\cancel{5}} \cdot \cancel{5} + n$

$0 = 2 + n$

$n = -2$

Luego la recta es $y = \frac{2}{5}x - 2$

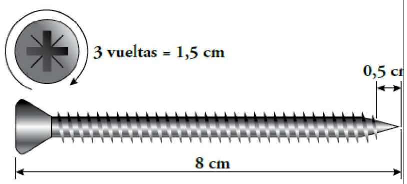
iii. C $=$ montañero rojo$\rightarrow$ $y = \frac{5}{4}x + 0$ pues pasa por el punto $(0, 0)$: recordemos que n es la ordenada en el origen.

Tareas 03-03-17: 23

Tareas 03-03-17: 24,25,27

26

Este tornillo penetra 1,5 cm por cada tres vueltas que se le hace girar. Para colocarlo en una viga de madera, se le ha dado, previamente, un martillazo, con el que ha penetrado 0,5 cm.



a) Haz una tabla que relacione el número de vueltas que se le da al tornillo, *x*, con la longitud que penetra, *y*. Construye la gráfica de dicha relación.

b) ¿Cuál es la expresión analítica? ¿Cuál es el paso de rosca del tornillo (longitud que penetra por cada vuelta)? ¿Cuántas vueltas habrá que darle hasta que todo el tornillo esté hundido en la viga?

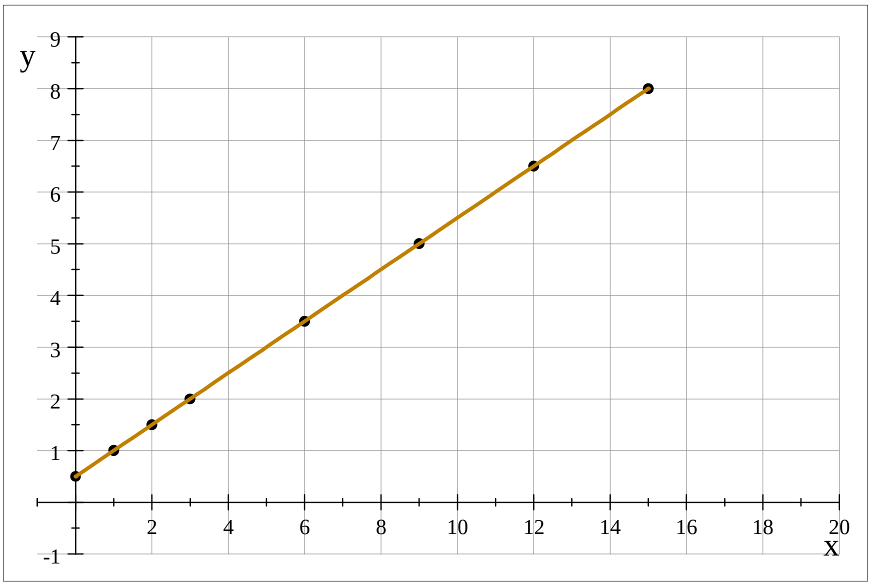
c) Supongamos que se ha seguido el mismo procedimiento para atravesar un listón de 5 cm de grosor. ¿Después de cuántas vueltas empezará el tornillo a asomar por el otro lado del listón?

a. Construimos la siguiente tabla de valores:

x (nº de vueltas)	y (longitud inserta en la madera en cm)
0	0.5
1	$1 = 0.5 + 0.5$
2	1.5
3	2
6	3.5
9	5
12	6.5
15	8
16,17,18	no se puede, pues el tornillo mide 8 cm. Ya está dentro.

Tenemos que tener en cuenta que como nos dicen que con tres vueltas entramos 1.5 cm, con una vuelta, penetraremos $1.5 \div 3 = 0.5$

$(0, 0.5)$



b. $y = \frac{1}{2}x + 0.5$

Tengamos en cuenta que la ordenada en el origen $(0, 0.5)$. Y la pendiente es $m = \frac{1.5}{3} = 0.5 = \frac{1}{2}$; cuando damos tres vueltas el tornillo penetra 3 cm

En cada vuelta entra 0.5 cm

Hay que dar quince vueltas para que el tornillo esté dentro:

Una forma de ver esto es:

$8 = \frac{1}{2}x + 0.5$

$8 - 0.5 = \frac{1}{2}x$

$7.5 = \frac{1}{2}x$

$x = 7.5 \cdot 2 = 15.0$ →hay que dar quince vueltas para que el tornillo esté dentro de la madera.

c. A partir de nueve vueltas empezará a salir por el otro lado.

Otra forma de verlo es:

$5 = \frac{1}{2}x + 0.5$

$5 - 0.5 = \frac{1}{2}x$

$4.5 = \frac{1}{2}x$

$x = 4.5 \cdot 2 = 9.0$ →hay que dar nueve vueltas para que la punta del tornillo ya esté en el otro lado del listón. Por lo tanto en cuanto pasas un poco de nueve, ya sale!

28

Israel y Susana, para un viaje a Estados Unidos, han ido a cambiar euros por dólares. A Susana le han cambiado 189 dólares por 150 euros y a Israel le han cambiado 151,20 dólares por 120 euros.

a) Halla la ecuación de la función que nos permite obtener cuántos dólares recibimos según los euros que entreguemos.

b) ¿Cuántos dólares nos darían por 200 €? ¿Y por 350 €? ¿Cuántos euros tendríamos si nos hubieran dado 220,50 dólares?

a. euros→dolares

x son los euros

y son los dolares

Partimos de la base de que tenemos dos puntos de una gráfica que es una recta: $(150, 189), (120, 151.2)$, por lo tanto podemos aplicar la fórmula correspondiente para escribir la ecuación de dicha recta.

$$y = 151.2 + \frac{189 - 151.2}{150 - 120}(x - 120)$$
$$y = 151.2 + 1.26(x - 120)$$
$$y = 151.2 + 1.26x - 151.2$$
$$y = 1.26x$$

b. Por 200 euros nos darán: $x = 200 \rightarrow y = 1.26 \cdot 200 = 252.0$ dolares.
Por 350 euros nos darán: $x = 350 \rightarrow y = 1.26 \cdot 350 = 441.0$ dolares.
Al darnos 220.5 dolares: $y = 220.5 \rightarrow 220.5 = 1.26x \rightarrow$
$\rightarrow x = \frac{220.5}{1.26} = 175.0$ habríamos entregado.

Tareas 03-03-17: 29,30,31,32

Examen: 13-03-17